**Problème 144 – Le pousse pièces**

**Niveau : Sixième / Cycle 3**

**Chapitres : Arithmétique, Critères de divisibilité**

**Inédit, publié le 05/08/2020**

****

Le pousse pièces (ou pousse jetons) est ce jeu mondialement connu que l’on retrouve dans toutes les fêtes foraines. Qui n’a pas au moins une fois glissé un jeton dans cette machine de jeu en espérant faire tomber d’autres jetons ou des points (qui permettent d’obtenir ultérieurement des cadeaux)? On peut passer des heures entières à faire le même geste répétitif – insérer un jeton – et à regarder la masse de jetons se déplacer vers l’avant et tomber pour être insérés à nouveau. Entre amis, c’est un jeu aussi plaisant qu’addictif.

Bien sûr, pour commencer, il faut toujours acheter des jetons pour les insérer. En ce jour de fête foraine, un propriétaire de machines de pousse pièces a fixé des tarifs qui permettent d’acheter des bols avec un certain nombre de jetons : ces tarifs sont visibles dans l’**Annexe 1**.

1) Déterminer si, d’une manière générale, les bols de jetons proposés peuvent être partagés équitablement entre les membres d’un groupe d’amis si ces groupes comprennent respectivement 2, 3, 5 ou 9 personnes (on remplira le tableau de l’**Annexe 2** pour répondre, sans justifier).

2) Amauri et deux de ses amis, Basil et Cyprien, vont au pousse pièces et se partagent équitablement un lot de jetons. Ils jouent tous en même temps sur 3 machines différentes, mais décident de temps en temps de mettre en commun à la fois le nombre de jetons qu’il leur reste, mais aussi les points qu’ils ont accumulés.

Au bout de 30 minutes, chacun compte ses jetons et ses points :

- Amauri : 53 jetons, 3 300 points

- Basil : 114 jetons, 4 200 points

- Cyprien : 335 jetons, 7 100 points

Déterminer, si, en mettant en commun leurs jetons et leurs points, les amis seraient en mesure de se repartager de manière égale à la fois les jetons et les points obtenus.

3) À ce moment, un quatrième ami, Davy, arrive. Pour contribuer au pot commun, il achète un lot de 50 jetons qu’il ajoute aux jetons déjà possédés par ses trois amis. Il rajoute également 1000 points qu’il avait acquis lors de sa précédente venue. Les quatre amis peuvent-ils alors se partager équitablement à la fois le nombre de jetons et de points en commun? Si oui, combien chacun aurait-il alors de jetons et de points ?

4) Un peu plus tard dans la soirée, Flora et Ginny rejoignent le groupe de 4 garçons. Les amis jouent pendant 2 heures et finissent par épuiser les jetons. Ils ont à la fin de la soirée 51 300 points. Les amis sont-ils en mesure de se partager le nombre de points équitablement ? Justifier votre réponse.

**Annexe 1**

**Tarifs Pousse pièces**

10€…………......…….50 jetons  
20€…………....……120 jetons

40€…………........…300 jetons

55€… …’Spécial’ 555 jetons

80€…………........…720 jetons

100€………........…999 jetons eons

**Annexe 2**

Répondre par OUI/NON : le nombre de jetons peut-être partagé équitablement ?

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Bol de jetons** | **Groupe de 2 personnes** | **Groupe de 3 personnes** | **Groupe de 5 personnes** | **Groupe de 9 personnes** |
| 50 jetons |  |  |  |  |
| 120 jetons |  |  |  |  |
| 300 jetons |  |  |  |  |
| 555 jetons |  |  |  |  |
| 720 jetons |  |  |  |  |
| 999 jetons |  |  |  |  |